Петър Кендеров Тони Чехларова

ПОДГОТОВКА ЗА СЪСТЕЗАНИЯ ПО МАТЕМАТИКА С КОМПЮТЪР В 11. - 12. КЛАС

(помагало за учители)

2021 г.
София

Тонедико

ISBN 978-619-91492-4-9

Petar Kenderov Toni Chehlarova

Institute of Mathematics and Informatics

Bulgarian Academy of Sciences

PREPARATION FOR MATHEMATICS WITH COMPUTER COMPETITIONS

at 11th and 12th grade

(Guide for teachers)

With the support of the “National Scientific Program Information and Communication Technologies for a Single Digital Market in Science, Education and Security (ICTinSES)", financed by the Bulgarian Ministry of Education and Science

Tonediko
Sofia
2021

АНОТАЦИЯ: В курса се представят виртуални учебни ресурси, които могат да се използват както при обучението по математика, така и при подготовката за онлайн състезания по математика. Самият курс се състои от: работа с готови продукти; модифицирането им с цел решаване на нови задачи; намиране на приблизителни решения (със зададена точност) на задачи, които е трудно или въобще невъзможно да се решат с традиционната училищна математика; поставяне в изследователска ситуация; съпреживяване на различни подходи и използване на интерактивни методи на обучение. Акцент се поставя и върху дейностите по участието в онлайн състезания. Специализираният математически софтуер, който се използва, е безплатен и общодостъпен (предимно системата *GeoGebra*).

ЦЕЛЕВА ГРУПА: Учители по математика, информационни технологии, компютърно моделиране

ЦЕЛИ:

- Запознаване с необходимостта от онлайн състезанието „VIVA Математика с компютър“ и с неговия регламент.
- Запознаване с дигитални ресурси за подготовка за онлайн състезание по „математика с компютър“ и методика за подготовка за успешно участие в тях.
- Формиране на знания и умения за подготовка и организиране на учебна дейност в изследователски стил чрез съчетаване на класически средства и динамични конструкции, реализирани със специализиран софтуер.
- Развитие на умения за ефективно търсене, извличане, подбор и оценка на ресурси, свързани с динамични конструкции и ориентирани към образованието по математика.

ФОРМИ НА ОБУЧЕНИЕ:
присъствено обучение, включително синхронно обучение от разстояние в електронна среда (8 часа) и асинхронно обучение (8 часа)

ИНДИКАТОРИ ЗА ОЧАКВАНИТЕ РЕЗУЛТАТИ ОТ ОБУЧЕНИЕТО:

- удовлетвореност от обучението
- прилагане на придобити умения
- участие в дейности на образователна мрежа, възникнала във връзка с провеждането на курса

ПРОДЪЛЖИТЕЛНОСТ: 16 часа

БРОЙ КВАЛИФИКАЦИОННИ КРЕДИТИ: 1

МАТЕРИАЛНО-ТЕХНИЧЕСКИ И ИНФОРМАЦИОННИ РЕСУРСИ:

- присъствено обучение, включително синхронно обучение от разстояние в електронна среда: печатни материали и ресурси в:

http://cabinet.bg/
http://vivacognita.org/prep.html
http://course.cabinet.bg/
https://math.cabinet.bg/

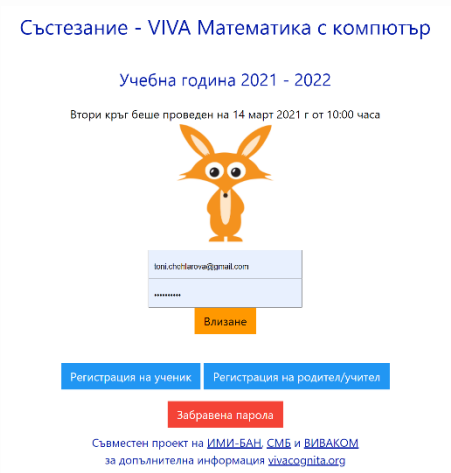
- асинхронно обучение: виртуална образователна среда в сайт http://course.cabinet.bg/

ЗАЩО „МАТЕМАТИКА С КОМПЮТЪР“?

Образованието по математика в училище е насочено към две различни цели. От една страна, искаме математическите знания да се основават на строги, от гледна точка на логиката, дефиниции и изводи. От друга страна, искаме знанията да са приложими в практиката. Едновременното постигане в пълен обем и на двете цели, обаче, едва ли е възможно в рамките на ограничения и твърде намален хорариум по математика. Представянето на логически издържани дедуктивни разсъждения отнема много време и се възприема трудно от голяма част от учениците. Поради това, строгите разсъждения често са свързани с твърде опростено математическо съдържание, което не съответства на неизбежната сложност на реалния свят. Самото превръщане на една реална житейска ситуация в математическа задача (т.е. процесът на математическо моделиране) не се основава на логическа строгост, а на субективната преценка. Налага се да се отстранят от разглеждане някои от по-маловажните черти на реалния обект и да се оставят само най-съществените, които определят характера и свойствата на обекта. Освен това, получената в резултат на моделирането математическа задача може да изисква за решаването си математически знания от по-високо равнище, които не са достъпни за учениците. Поради това се е утвърдила традиция, математическото моделиране и приложенията на математиката да не са застъпени в достатъчна степен в училищния курс. С появата на компютрите, обаче, се създават предпоставки за промяна на тази традиция. Днес съществуват мощни и широко достъпни софтуерни системи за динамична обработка на математически обекти, които позволяват, поне частично, да се намали споменатото противоречие между строгостта и приложенията. Решаването на математическия модел може да се извърши със задоволителна точност с тяхна помощ. Това разширява значително кръга от практически задачи, които могат

да се разглеждат и решават успешно в клас и в извънкласните форми за подготовка. Нещо повече, тези системи позволяват значителна част от математическите знания да се усвояват на неформално ниво с помощта на експерименти. Това доближава математиката до останалите естествени науки. Провеждането на състезания от типа „математика с компютър“ е един от инструментите за използване и внедряване на тази относително нова възможност в образователния процес. През 2014 г. телекомуникационната компания VIVACOM подкрепи създаването към Института по математика и информатика на Българска академия на науките на портал vivacognita.org, чрез който се реализират различни инициативи, насочени към използването и внедряването на софтуерни системи за динамична обработка на математически обекти в образователния процес. Част от тях е онлайн състезанието „VIVA Математика с компютър“.

https://math.cabinet.bg/



АНКЕТА ЗА САМООЦЕНКА

	преди	след
За какво време можете да решите уравнението $\|2x+3\|=4x^6-14x^3+x+0,5$?	• до 10 мин • 10 мин ÷ 1 ч • 1ч ÷ 8 ч • Не се отнася за мен	• до 10 мин • 10 мин ÷ 1 ч • 1ч ÷ 8 ч • Не се отнася за мен
Създавали ли сте динамична конструкция със специализиран софтуер?		
Колко пъти сте провеждали изпитване на ученик с предоставяне на възможност за използване на всякакви ресурси?		
От кръгъл лист е изрязан и отстранен сектор с ъгъл α. От останалата част е направен отворен съд с форма на прав кръгов конус. При каква стойност на α обемът на получения съд е максимален? Запишете предположението си.		

Задача 1.

Проучете регламента на състезание “VIVA Математика с компютър”. Запишете специфични особености, които отличават състезание “ VIVA Математика с компютър” от:

1.1. Националната олимпиада по математика

1.2. Национално външно оценяване за учениците в X клас.

Регламент на състезание „VIVA Математика с компютър“

Състезанието „VIVA Математика с компютър“ е за ученици от трети до дванадесети клас, които са разделени в пет или повече възрастови групи. То се провежда в два кръга.

Всеки ученик сам избира мястото, откъдето по интернет ще участва в състезанието, както и техниката, с която ще си служи – компютър, лаптоп, таблет. В предварително определен ден и час всеки регистриран участник получава достъп за 60 минути до работен лист с десет задачи. За някои задачи са предложени възможни отговори, като се очаква участникът да избере един или няколко отговора. За останалите задачи от участниците се очаква да въведат като отговор число. Това става в специално предназначено за целта поле за вписване на отговора. Задачите са съпроводени с компютърен файл (обикновено на системата *GeoGebra*), който позволява да се изследва същата или сходна задача. Участникът трябва да адаптира файла за целите на неговата задача и да намери достатъчно точен отговор. Няма ограничение за използване на ресурси – учебници, помагала, интернет, включително помощ от приятели. Целта е участниците да са поставени в реални условия и да формират умения за използване на разнообразни ресурси, включително търсене и използване на помощ от експерт за решаване на проблеми.

Повече информация за състезанието и за обучителните ресурси можете да намерите в [1-18].

Задача 2.

Проиграйте една от темите за 11., 12. или 11.-12. клас на състезание „VIVA Математика с компютър“, например за 12. клас от април 2020 г.
http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=203
Останалите теми от изминалите състезания можете да намерите на адрес: http://cabinet.bg/index.php?status=pages&pageid=competitions

2.1. Разделете задачите от темата според вида на отговора.

Свободен отговор	Избираем отговор, с възможност за избор на точно един от дадените	Избираем отговор, без ограничение на броя на избиране от дадените

2.2. Попълнете в таблицата номерата на задачите от проучената тема:

Задача, позната от училищния курс по математика, евентуално с „неудобни“ данни.
Задача, която може да бъде решена със знанията от началния училищния курс по математика, но след сериозни усилия и за време, по-голямо от предоставеното по време на състезанието. Получаването на отговор с помощта на спомагателен файл да улеснява решаването на задачата.
Задача, която не може да бъде решена със знанията от началния училищен курс по математика, но с помощта на компютър да може да се получи отговор с достатъчна точност.

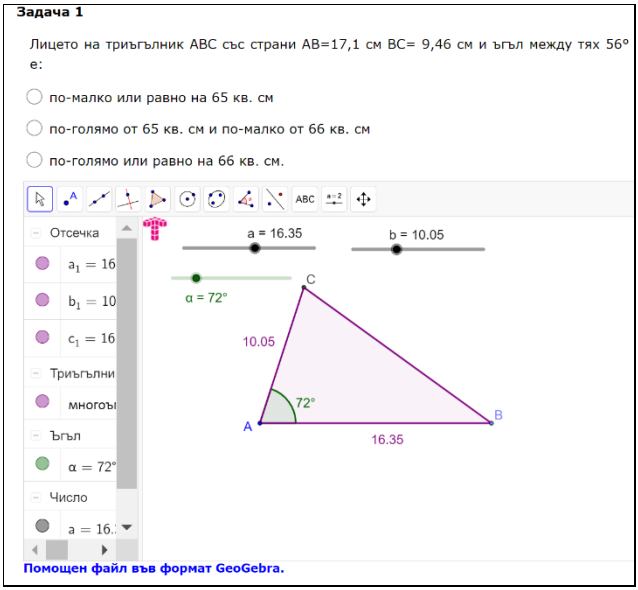
2.3. Посочете възможности за използване на разглежданата тема или елементи от нея с ваши ученици.

За отговорите на задачите в състезание „VIVA Математика с компютър“

Според вида на отговора задачите се разделят на три вида:

❖ Задачи с избираем отговор, с възможност за избиране на точно един отговор от *n* дадени възможности.

Пример:

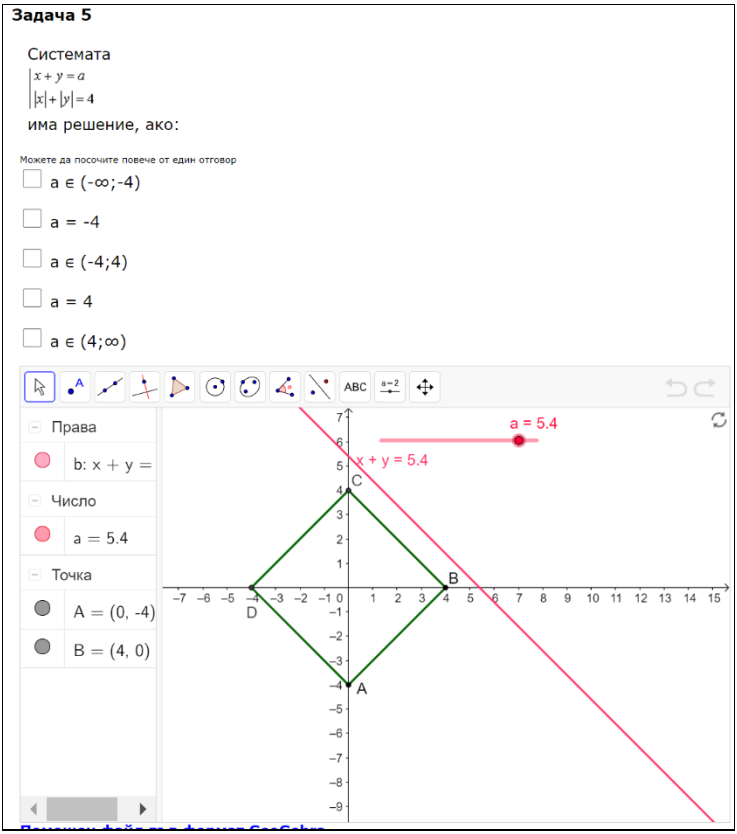


Избираемите отговори в този случай са означени с кръгли бутони. След като се щракне върху някой от тях, в центъра му появява точка. При промяна на отговора автоматично предишната отметка се отстранява, т.е. остава маркиран само последно посоченият отговор.

При правилен отговор са дава пълен брой точки. При неправилен отговор се дават нула точки.

❖ Задачи с избираем отговор, като има възможност да се изберат k отговора от n възможности, където $k \leq n$.

Пример:



Оценяването е според вярното отмятане/неотмятане на всяко от дадените предложения. За всеки посочен верен отговор и за всеки непосочен грешен отговор се дава точка. Този вид оценяване е подходящ за задачи с повече на брой решения.

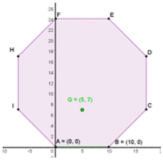
При този вид отговори бутоните са с квадратна форма. Изписан е и текстът „Можете да посочите повече от един отговор“.

❖ Задачи с отговор, който трябва да се запише в специално предоставено правоъгълно поле – долу вляво след формулировката на задачата.

Пример:

Задача 6

Дадена е билярдната маса с форма на правилен осмоъгълник ABCDEFHI (виж фиг.). В точката G(5;7) е разположена билярдна топка, която може да бъде „изстрелвана" в различни посоки. При достигане до дадена страна, топката се отразява от нея по обичайния начин - под какъвто ъгъл топката отива към страната, под такъв ъгъл тя се отдалечава от нея. Към коя точка X от страната AB следва да насочим билярдната топка, ако искаме след последователно отразяване от страните AB и DE топката да попадне в точката I?



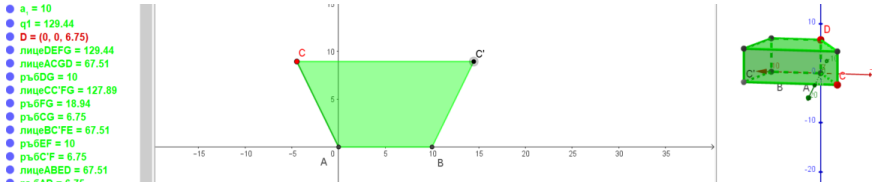
Запишете първата координата на точката X с точност до хилядните.

Оценяването на тези отговори обикновено е тип „мишена". Максимален брой точки се получават за верен отговор. Точки се получават и когато отговорът е приблизително верен, като броят на получените точки зависи от близостта на дадения отговор до верния.

Задача 3

Посочете варианти за решаване на Задача 2 от тема за 11.-12. клас (октомври 2020 г.)
http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=267

Основата на права призма е трапец, три от страните на който са с дължини 10 cm. Намерете възможния максимален обем на призмата, ако височината ѝ е равна на страната на трапеца, чиято дължина не е 10 cm. Запишете в cm^3 с точност до цялата част.



Методически бележки:

Помощният файл използва тримерната графика на *GeoGebra*. Един изглед от това, което този файл „произвежда“, е показан на горната фигура. Най-вдясно се вижда права призма, в основата на която е трапецът ABCC′. Той е изобразен в средата на фигурата. Отсечката AB на този трапец има дължина 10 cm, точка C е от окръжност с център в т. A и радиус a = 10 cm, а точка C′ е симетрична на C относно симетралата на отсечката AB. При активиран бутон за движение , точката C може да се мести, при което точката C′ също се мести, но така, че многоъгълникът ABCC′ да е винаги трапец с три страни, равни на 10 cm. В алгебричния прозорец на файла този трапец е означен с q1. При местене на точка C се променя и призмата в дясната част на екрана - в нейната основа винаги е трапецът ABCC′ от средата на екрана. Забелязваме обаче, че височината на призмата остава една и съща, а според условието на задачата би трябвало да е равна на дължината на страната CC′. Това показва, че не можем да използваме този файл за решаване на задачата. Трябва да го

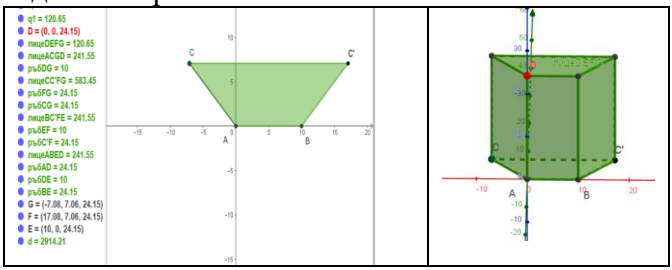
променим и нагласим към условието на задачата. Справка в Наръчника за *GeoGebra* показва, че командата за построяване на призма е **Prism(<Polygon>, <Point>),** където **<Polygon>** е многоъгълникът в основата на призмата, а **<Point>** е точка от другата основа на призмата. Една извадка от Конструкционния протокол на помощния файл е представена на Фиг. 3.1. На първо място сред номерираните с номер 9 редове стои Polygon A,B,C, C′, последвано от q1 = 129,44. Тук q1 е името на многоъгълника ABCC′, а числото 129,44 е „текущата“ стойност на лицето му.

9	Quadri...	Polygon A, B, C', C	q1 = 129.44
9	Segment a_1	Segment A, B	a_1 = 10
9	Segm...	Segment B, C'	b = 10
9	Segm...	Segment C', C	c' = 18.94
9	Segm...	Segment C, A	c = 10
10	Point D	Point on zAxis	D = (0, 0, 6.75)
11	Prism d	Prism(q1, D)	d = 873.87

Фиг. 3.1

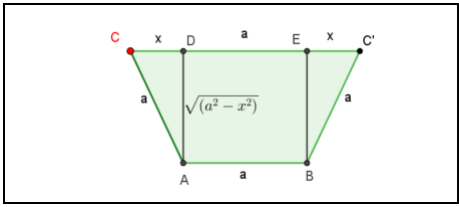
Аналогично, на първо място сред номерираните с номер 11 редове в конструкционния протокол стои командата Prism(q1, D), последвана от записа d = 873,87. И тук буквата d означава едновременно и призмата и нейния текущ обем. В ред с номер 10 във Фиг. 3.1 виждаме, че точката D е определена с трите си координати D = (0, 0, 6.75) и, следователно, височината на призмата винаги ще е 6,75. Това е причината построената от помощния файл призма винаги да има една и съща височина. Значи, трябва да определим по нов начин точка D, като укажем, че нейната трета координата е дължината c′ на отсечката CC′. Записваме в командния ред D=(0, 0, c′). След изпълнение на тази команда разполагаме с файл, който правилно моделира задачата. Призмата сега мени височината си според дължината c′ на отсечката CC′. Това позволява „на ръка“, с местене на точка C, да намерим такова нейно положение, при което числото d има максимална стойност. Резултатът от такова ръчно търсене се вижда на Фиг. 3.2. В последния ред стои запис: d = 2914,21. Записваме като отговор числото 2914.

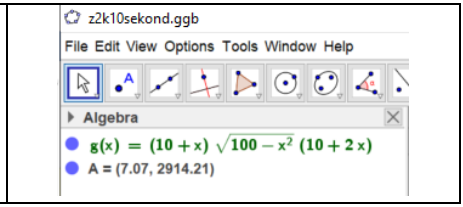
Предимството на тримерната графика на *GeoGebra* е, че можем да въртим и оглеждаме от всички страни призмата с максимален обем (при активиран бутон). Така получаваме и нагледна представа как изглежда тази призма.



Фиг. 3.2

Задачата допуска и друго решение. Лицето на трапеца ABCC′ е $(10+x)\sqrt{(10^2-x^2)}$ (Фиг. 3.3). Височината на призмата е $10+2x$.





Фиг. 3.3 Фиг. 3.4

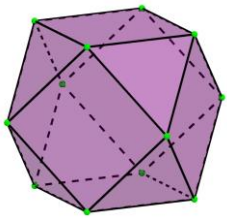
Следователно, обемът на призмата се изразява чрез функцията $g(x)=(10+x)\sqrt{(10^2-x^2)}(10+2x)$. Задачата се свежда до това да намерим максималната стойност на тази функция. Записваме g = (10 + x)sqrt(10^2 – x^2)(10 + 2x) в командния ред на нов *GeoGebra* файл и изпълняваме командата. След това изпълняваме командата Max(g, 0, 10), която намира максималната стойност на функцията $g(x)$ в интервала от 0 до 10. Резултатът е 2914.21, което е търсената максимална стойност на обема на призмата. Числото x, в което функцията g приема максималната си стойност, е 7,07.

Задача 4

Използвайте предоставените файлове за решаване на:
4.1. Задача 1 на тема 11-12 клас (октомври 2020 г.)

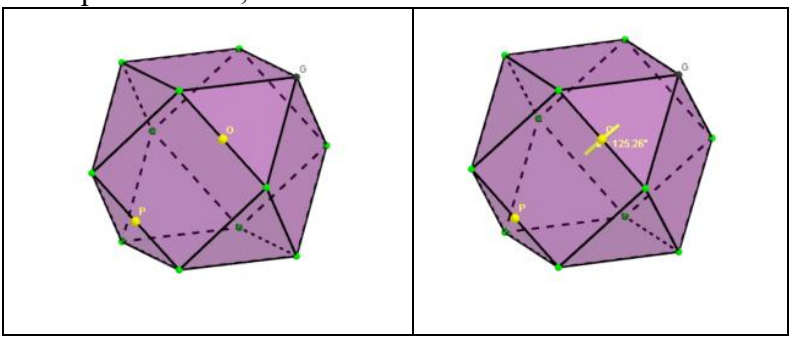
http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=267

Намерете градусната мярка на двустенния ъгъл на тялото с равни ръбове.



Запишете с точност цялата част.
Методически бележки:

С помощта на бутона за намиране на среда на отсечка, намираме точките P и O (Фиг. 4.1.1). Разкриваме и името G на върха на триъгълника, за които отсечката GO е височина.

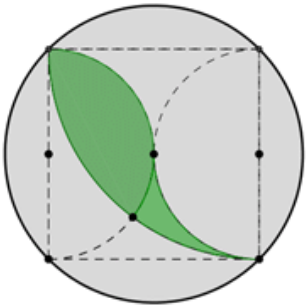


Фиг. 4.1.1 Фиг.4.1.2

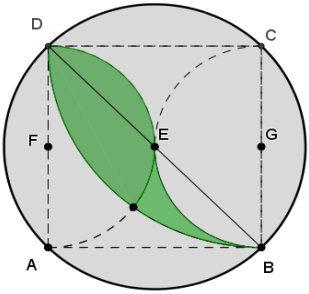
Търсеният ъгъл е GOP. Можем да използваме бутона за измерване на ъгли. Резултатът е показан на Фиг. 11.1.2. Градусната мярка на ъгъла е 125,26°. Като отговор можем да запишем 125.

4.2. Задача 7 на тема 11-12 клас (април 2020 г.)
http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=203

Колко процента от кръга са оцветени в зелено?
Запишете с точност до десетите.



Методически бележки:
В алгебричния прозорец на помощния файл се вижда, че дължината на страната AB на квадрата е 7.
На Фиг. 4.1.2 е начертан диагоналът BD. Зелената част е равнолицева с кръговия отрез, получен чрез изваждане на триъгълника BCD от кръговия сектор с център C и дъга BD. Това е така, защото зелената част над (и леко вдясно от) отсечката DE е еднаква със сивата част под (и вляво от) отсечката BE. Лицето на кръговия сектор е една четвърт от лицето на кръг с радиус 7, т.е. $49\pi/4 = 12.25\pi$. Лицето на триъгълника BCD е 49/2 = 24.5. За лицето на кръговия отрез, заграден от отсечката BD и дъгата DB, получаваме $12.25\pi - 24.5 \cong 13{,}98451$. Радиусът на кръга от задачата е $3.5\sqrt{2}$. Следователно, лицето на кръга е $3{,}5^2(2\pi) \cong 76{,}96902$. Отношението на двете числа е $\frac{13{,}98451}{76{,}96902} \cong 0{,}18169$. Изразено в проценти това е 18,169 %. Като отговор следва да запишем 18,2.

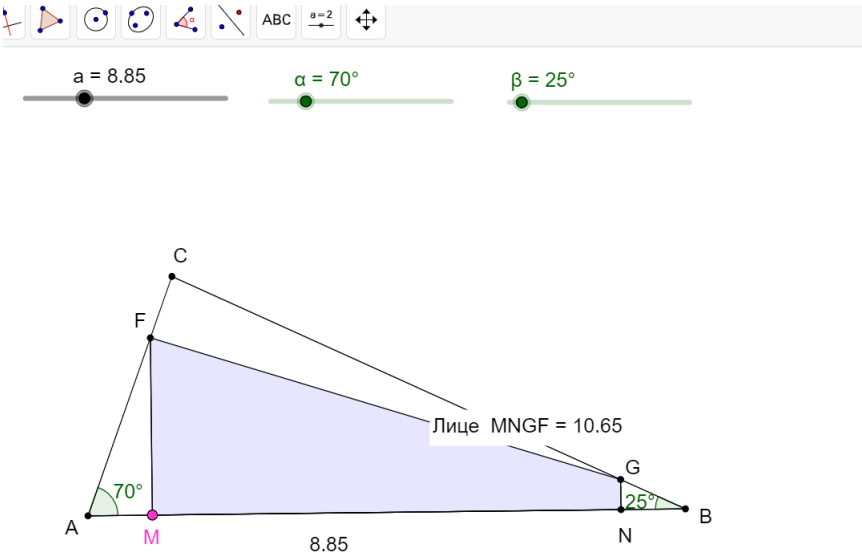


Фиг. 4.2.1

4.3. Задача 1 на тема 12 клас (октомври 2015 г.)

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=50

Точките M и N лежат на страната AB на триъгълник ABC така, че AM=BN. Перпендикулярите към AB през M и N пресичат някоя от другите две страни на триъгълника съответно в точките F и G. Намерете възможно най-голямото лице на четириъгълника MNGF, ако AB=11,75 см, а градусните мерки на ъглите BAC и ABC са съответно 72° и 35°.
Запишете в кв. см с точност до стотните.



4.4. Задача 4 на тема 11-12 клас (март 2019 г.)
http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=148

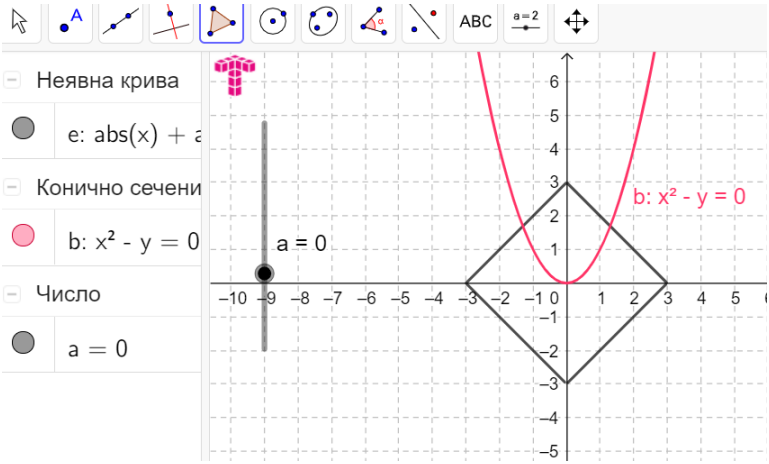
Системата

$$\begin{cases} x^2 - y = a \\ |x| + |y| = 3 \end{cases}$$

има решение, ако:

- ☐ a ∈ (-∞;-3)
- ☐ a ∈ [-3;3]
- ☐ a ∈ (3;9)
- ☐ a = 9
- ☐ a ∈ (9;∞)

Можете да посочите повече от един отговор.

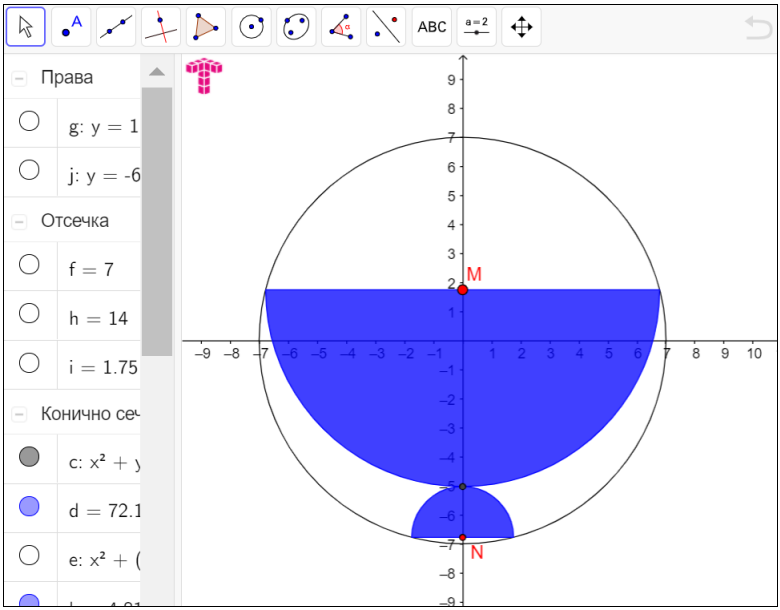


4.5. Задача 6 на тема 11-12 клас (март 2019 г.)

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=148

Краищата на диаметрите на два полукръга са разположени върху окръжност с център O (0,0) и радиус 9 см, а средите на диаметрите им M и N лежат върху ординатната ос. Дъгите им се допират външно. Ако лицето на единия полукръг е 25 пъти по-голямо от лицето на другия, намерете дължината на MN.

Запишете с точност до стотните.



Задача 5

Запишете дигитални умения, които се формират или усъвършенстват при участие в състезание по математика с компютър. Отбележете за кои от тях е необходима предварителна подготовка за вашите ученици.

Дигитални умения	Необходимост от подготовка

Основни дейности при подготовка и участие в състезание по математика с компютър, свързани с дигитална компетентност:

- регистрация
- отваряне на работния лист
- използване на готови динамични файлове
- инсталиране на софтуер
- посочване на решения (внасяне на данни)
- модифициране на предоставените динамични файлове
- търсене в интернет
- използване на електронни ресурси
- изпращане на отговорите
- споделяне

Задача 6

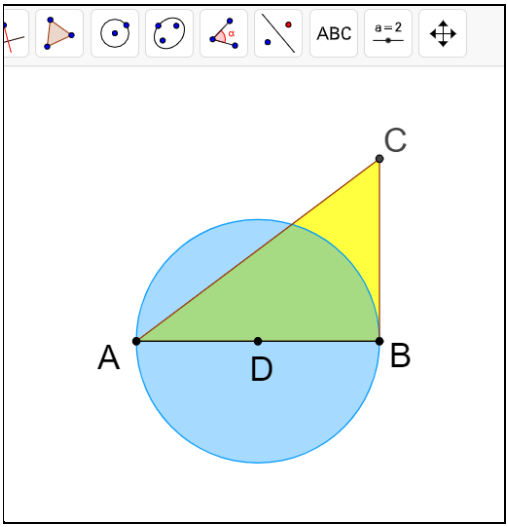
Съставете задача по аналогия на:

6.1. Задача 8 на тема 11 клас (декември 2015 г.)

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=62

Даден е триъгълник ABC със страни AB=4 см, BC=3, CA=5 см. Построен е кръг с диаметър AB. Намерете лицето на частта от триъгълника ABC, която е извън кръга.

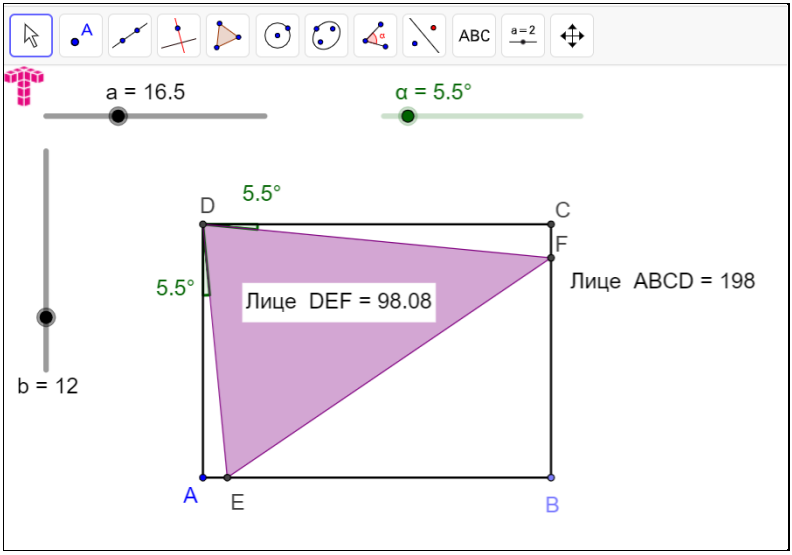
Запишете отговора в cm^2 с точност до стотните.



6.2. Задача 2 на тема за 11 клас (април 2015 г.).

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=37

Точките E и F върху страните AB и BC на правоъгълника ABCD са такива, че <ADE = <FDC = α. Ако AB:BC=14:11, за коя стойност на α лицето на DEF е три пъти по-малко от лицето на ABCD?

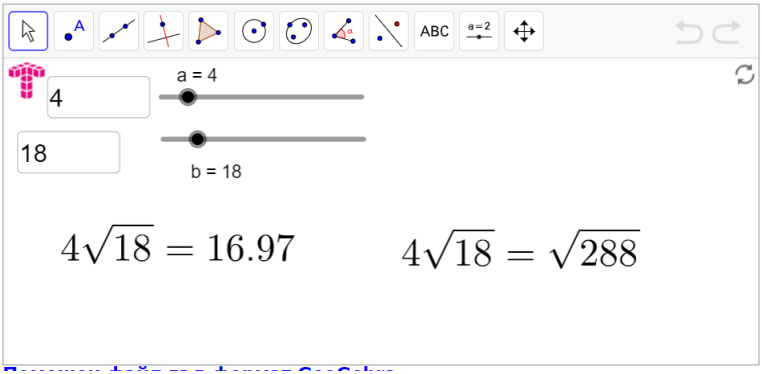


6.3. Задача 1 на тема за 11-12 клас (април 2017 г.).

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=103

Вярно е, че:

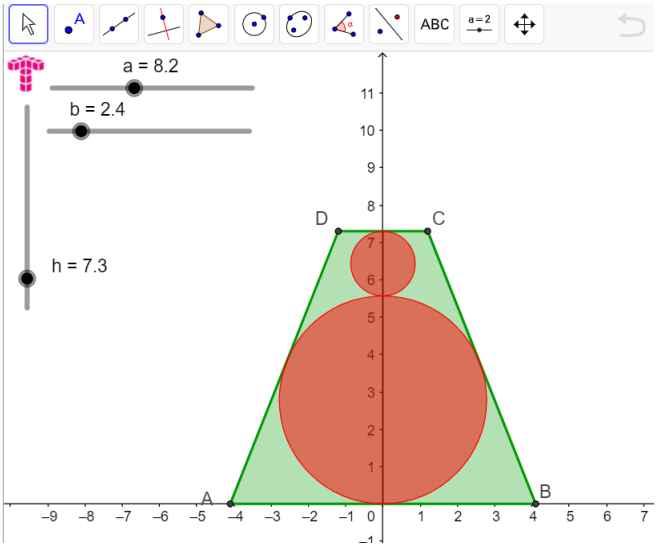
- $2\sqrt{71} < 4\sqrt{18}$
- $2\sqrt{71} = 4\sqrt{18}$
- $2\sqrt{71} > 4\sqrt{18}$



6.4. Задача 5 на тема за 11-12 клас (декември 2017 г.).

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=120

В равнобедрен трапец с основи 16 cm и 9 cm са разположени две окръжности, всяка от които се допира до другата окръжност, до двете бедра и една от основите. Намерете лицето на трапеца. Запишете в cm с точност до десетите.



Задача 7

Посочете грешки, които се очаква да допускат учениците при решаване на:

7.1 Задача 6 на тема 11-12 клас (април 2020 г.)

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=203

При кликване върху малко квадратче то променя цветността си, т.е., бялото става черно, а черното – бяло. След кликване върху едно квадратче Михаела установила, че получената композиция има ос на симетрия, но няма център на симетрия. Върху кое от посочените квадратчета може да е кликнала Михаела?

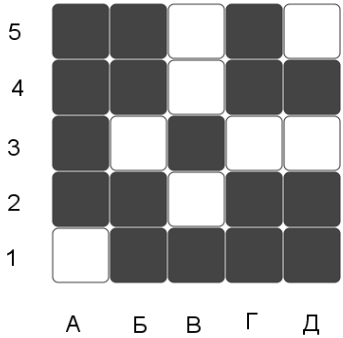
Можете да посочите повече от един отговор

- ☐ А1
- ☐ А3
- ☐ В1
- ☐ В5
- ☐ Д3

Непосредствената проверка показва, че верните отговорите са два: А3 и Д3. На Фиг 7.1.1 се вижда резултатът от щракването върху А3.

Фиг. 7.1.1

Получава се картина, която е симетрична относно диагонала А5 - Д1, но не е централно симетрична относно единствено възможния център на симетрия –квадратчето в средата на картината. Фиг. 7.1.2 е резултат от щракване върху Д3.



Фиг. 7.1.2

Има симетрия относно диагонала А1 – Д5, но няма център на симетрия.

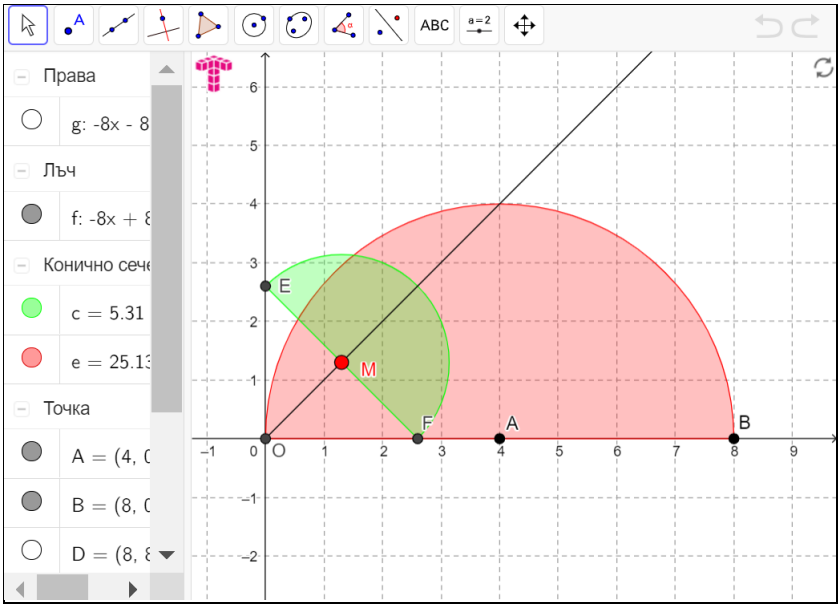
Грешките на участниците са свързани с пълнота на решението.

7.2 Задача 9 на тема 11-12 клас (март 20219 г.)

http://course.cabinet.bg/index.php?contenttype=publicview&testidselectedbyuser=148

Червеният полукръг на фигурата е фиксиран, а средата на диаметъра на зеления полукръг се движи по ъглополовящата на първи квадрант. Намерете максималното възможно лице на общата част на двата полукръга.

Запишете с точност до стотните.

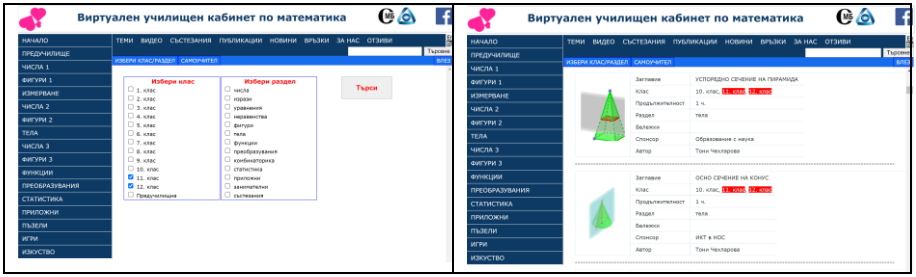


Задача 8

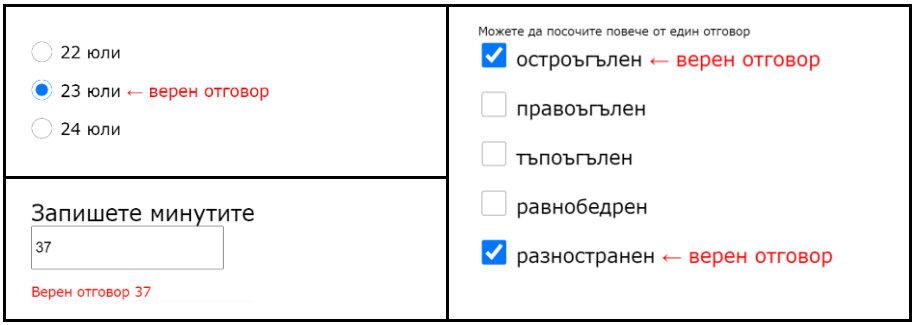
8.1 Съставете задача за състезание „Математика с компютър“ за 11. или 12. клас.

8.2 Предложете идеи за мотивиране на учениците за участие в състезание „Математика с компютър“.

8.3. Разгледайте темите за 11. и 12. клас във Виртуалния училищен кабинет по математика http://cabinet.bg/ и използвайте една от тях за подготовка на група ученици за състезание по математика с компютър.



8.4. Опишете варианти на използване темите от изминалите състезания във формалното и в неформалното обучение по математика. Използвайте възможността за самопроверка след натискане на бутона в края на всеки работен лист.



ЛИТЕРАТУРА

1. Кендеров, П., Т. Чехларова. (2016). Състезание Математика с компютър и изследователски подход в образованието по математика. Макрос.128 с.
2. Кендеров, П., Т. Чехларова. (2014). Състезанието „Viva Математика с компютър” и ролята му за развитие на дигиталната компетентност на учениците. Шумен, МАТТЕХ. 2014. с. 3-10
3. Кендеров, П., Т. Чехларова, Г. Гачев. (2015). Изследователски подход в математическото образование (помагало за обучение на обучители). Макрос.
4. Кендеров, П., Т. Чехларова. (2020). Използване на помощните файлове в онлайн състезанието “VIVA Математика с компютър”. Макрос. 130 с.
5. Чехларова, Т. (2017). Подготовка на обучители за внедряване на изследователския подход в училищното образование по математика. Макрос, с.140
6. Чехларова, Т. (2015). Изследователският подход в обучението по математика с използване на динамични образователни среди (помагало за учители). Макрос.
7. Чехларова, Т., П. Кендеров. (2020). Подготовка за състезания по математика с компютър в 5. - 6. клас. Регалия 6.
8. Чехларова Т. (2019). Оп арт в математическото образование или преброяване на четириъгълници. *Педагогика*, 1, Аз-Буки.
9. Чехларова, Т. (2020). Ресурси за самопроверка във Виртуалния училищен кабинет по математика. *Педагогика*, 92(2), Аз-буки.
10. Chehlarova, T., Kenderov, P. (2015) *Mathematics with a computer – a contest enhancing the digital and mathematical competences of the students*, in Kovatcheva, E., Sendova, E (eds.) UNESCO International Workshop: *Quality of Education and Challenges in a Digitally Networked World*, Za Bukvite, O’Pismeneh, Sofia, Bulgaria, pp. 50-62.

11. Gachev, G. (2015). Online system for assessing of mathematical knowledge, in UNESCO International Workshop: Quality of Education and Challenges in a Digitally Networked World, Za Bukvite, O'Pismeneh, Sofia, pp. 117–122.
12. Kenderov, P. (2018). Powering Knowledge Versus Pouring Facts. In: Kaiser, G., Forgasz, H., Graven, M., Kuzniak, A., Simmt, E., Xu, B. (eds) *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education.* (pp. 289 – 306) ICME-13 Monographs. Cham: Springer.
13. Кендеров, П, Т. Чехларова, Г. Гачев. (2021). Онлайн състезание „VIVA математика с компютър". *Математика и информатика*, 64(1), 36-51.
14. Chehlarova, N, Chehlarova, T. (2021). Computer Model For Self-Preparation For Playing With Dominoes "Axes Of Symmetry". *Symmetry: Culture and Science*, 32(2), Symmetrion, 281-284.
15. Чехларова, Т., П. Кендеров. (2021). Подготовка за състезания по математика с компютър в 3.–4. клас. Тонедико. 32 с.
16. Кендеров, П, Т. Чехларова. (2021). Подготовка за състезания по математика с компютър в 7.–8. клас. Регалия. 32 с.
17. Чехларова, Т., П. Кендеров. (2021). Подготовка за състезания по математика с компютър в 3.–4. клас. Тонедико. 32 с.
18. Чехларова, Т. (2021). Пропедевтика на геометрични преобразувания чрез откриване на разлики. Педагогика, 93(3).

Петър Кендеров Тони Чехларова

Институт по математика и информатика
Българска академия на науките

ПОДГОТОВКА ЗА СЪСТЕЗАНИЯ ПО МАТЕМАТИКА С КОМПЮТЪР В 11. - 12. КЛАС

(помагало за учители)

Тонедико

София

ISBN 978-619-91492-4-9

Рецензент: доц. Ивайло Кортезов

С подкрепата на Национална научна програма ”Информационни и комуникационни технологии за единен цифров пазар в науката, образованието и сигурността (ИКТвНОС)“, финансирана от МОН